

二〇一六年青岛三十九中（海大附中）海洋班自主招生测试

数学试题

（时间：60分钟 满分：100分）

温馨提示：所有题目均在答题卡上作答，在试卷上作答无效。

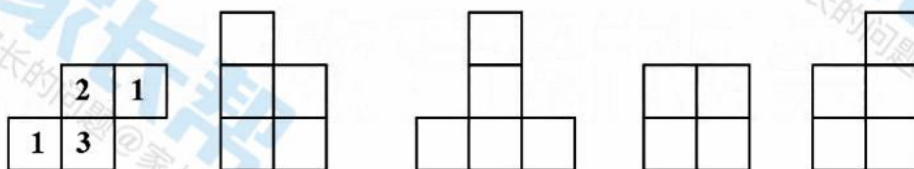
一、选择题：（本题满分18分，共有6道小题，每小题3分）

请把唯一正确答案的字母代号涂在答题卡的相应位置。

1. 下列算式：① $-|-1|=1$ ；② $(-1)^0=1$ ；③ $(-1)^{-1}=-1$ ；④ $\sqrt{(-1)^2}=-1$ 。其中正确的有（ ）。

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

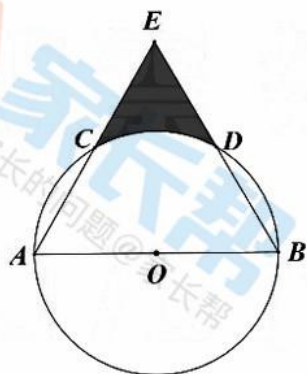
2. 如图是由几个小立方块所搭成的几何体的俯视图，小正方形中的数字表示在该位置小立方块的个数，则这个几何体的左视图为（ ）。



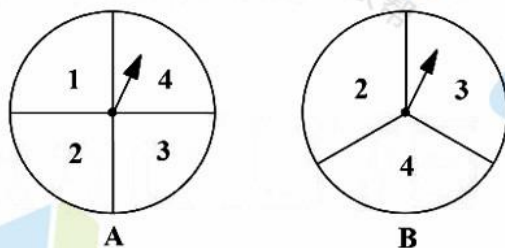
第2题图

3. 如图所示， AB 是 $\odot O$ 的直径， $AB=4$ ， C, D 是 \widehat{ACB} 的三等分点，连接 AC, BD 延长线交于点 E ，则图中阴影部分面积为（ ）。

- A. $2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi$ B. $4\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi$ C. $2\sqrt{3} - \frac{4}{3}\pi$ D. $2\sqrt{3} - \frac{1}{3}\pi$



第3题图



第4题图

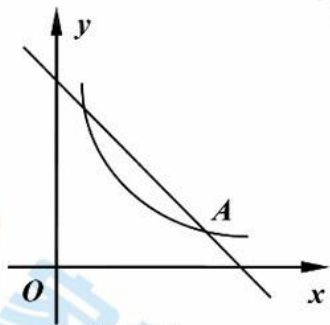
4. 如图，有两个可以自由转动的均匀转盘A、B，转盘A被分成4等份，转盘B被分成3等份，每份内均有数字，分别转动转盘A和B，两个转盘停止后，将两个指针所指的份内的数字相加（如果指针恰好停在等分线上，那么重转一次，直到指针指向某一份

为止), 其数字和大于 6 的概率为 () .

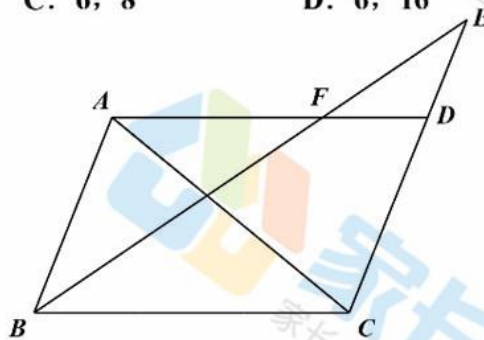
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{6}$

5. 如图, 在平面直角坐标系中, 一次函数 $y=8-x$ 与反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图象相交于点 $A(m, n)$, 则以 m, n 为边长的长方形的周长和面积分别为 () .

- A. 8, 6 B. 16, 6 C. 6, 8 D. 6, 16



第 5 题图



第 6 题图

6. 如图所示, 在 $\square ABCD$ 中, $AB=2, BC=3$, 延长 CD 至 E , 使得 $CD=2DE$, 连接 BE , 交 AD 于点 F , 则下列结论中正确的有 () .

- ① BE 平分 $\angle ABC$ ② $AC \perp BE$ ③ $\frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle ABF}} = \frac{1}{4}$ ④ $\frac{DF}{AD} = \frac{ED}{EC}$

- A. ①②③ B. ②③④ C. ①③④ D. ①②④

二、填空题: (本题满分 24 分, 共有 6 道小题, 每小题 4 分)

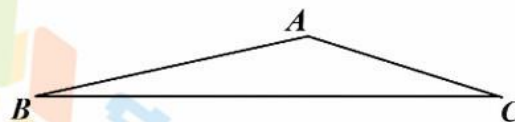
请把正确答案填写在答题卡的相应位置.

7. 某科研部门发现一种新型病毒的直径约为 63200 纳米 (1 纳米 = 10^{-9} 米). 这种病毒的直径用科学记数法可表示为 _____ 米.

8. 为了对学生进行综合评价, 某学校规定: 学生期末总评成绩由期末考试成绩、研究性学习、平日表现三部分构成, 各部分所占比例如图所示. 小亮上学期数学学科三部分成绩分别是 92 分、85 分、80 分, 则小亮上学期的期末数学总评成绩应为 _____ 分.



第 8 题图

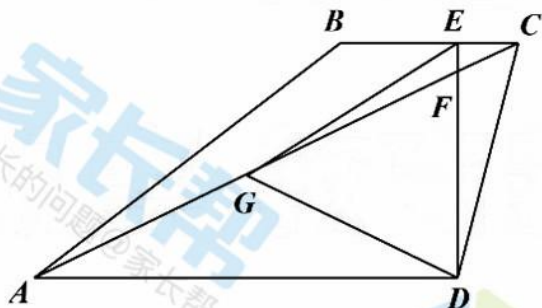


第 9 题图

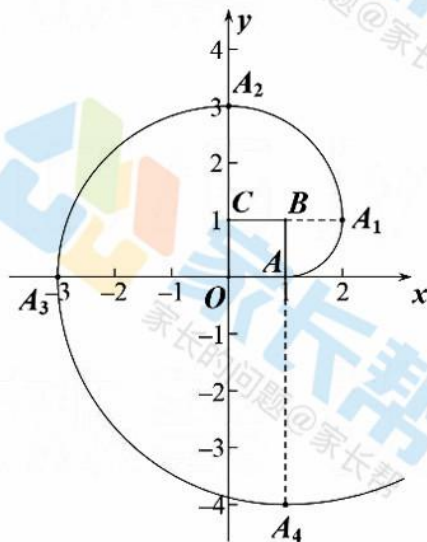
9. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=150^\circ$, $AB=4\sqrt{3}$, $AC=6$, 则 $\tan B$ 的值为 _____.

10. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} \frac{x-4}{3} > \frac{x-2}{2} \\ \frac{x+a}{2} < 0 \end{cases}$ 的解集为 $x < -2$, 则 a 的取值范围是_____.

11. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $DE \perp BC$, 垂足为点 E , 连接 AC 交 DE 于点 F , 点 G 为 AF 的中点, $\angle ACD = 2\angle ACB$, 若 $DG = 3$, $EC = 1$, 则 $DE =$ _____.



第 11 题图



第 12 题图

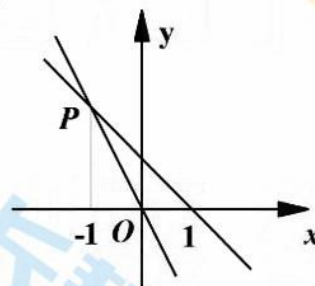
12. 如图, 在平面直角坐标系中, 四边形 $OABC$ 是正方形, 其中顶点 A, B 的坐标分别为 $A(1, 0), B(1, 1)$, $\widehat{AA_1}, \widehat{A_1A_2}, \widehat{A_2A_3}, \widehat{A_3A_4}, \dots$ 的圆心依次是点 B, C, O, A , 循环, 曲线 $AA_1A_2A_3A_4\dots$ 叫做“正方形的渐开线”, 则点 A_{2016} 的坐标是_____.

三、解答下列各题(本题共有 5 道小题, 满分 58 分)

13. (本题满分 10 分, 共有 2 道小题, 每小题 5 分)

(1) 化简求值: $\frac{m^2 - 3m}{m^2 + 4m + 4} \div \frac{m-3}{m+2} - \frac{2}{m+2}$, 其中 $m = \sqrt{2} - 2$.

(2) 如图, 正比例函数 $y = -2x$ 与一次函数 $y = kx + b$ 的图象相交于点 P , 求这个一次函数的解析式.



14. (本题满分 10 分)

某公司开发的 720 件新产品, 需加工后才能投放市场. 现有甲、乙两个工厂都想加工这批产品, 已知甲工厂单独加工完成这批产品比乙工厂单独加工完成这批产品多用 20 天, 而乙工厂的工作效率是甲工厂的 1.5 倍; 在加工过程中, 公司需每天支付 80 元劳务费请工程师到厂进行技术指导.

(1) 求甲、乙两个工厂每天各能加工多少件新产品?

(2) 该公司要选择省时又省钱的工厂加工, 如果甲工厂向公司报加工费用为每天 600 元, 请问: 乙工厂向公司报加工费用每天最多为多少元时, 才可满足公司要求, 有望加工这批产品.

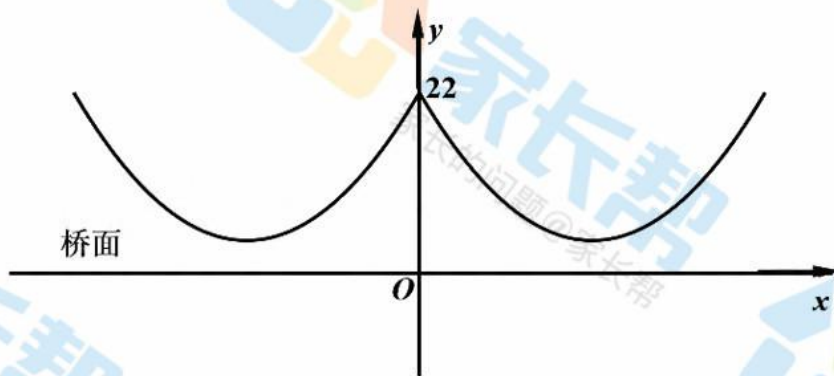
15. (本题满分 10 分)

如图所示, 一座桥梁的两条钢缆具有相同的抛物线形状, 按照图中的直角坐标系, 左、右两条抛物线关于 y 轴对称, 右面的抛物线可以用 $y = \frac{9}{200}x^2 + bx + c$ 表示, 且经过点

$A(15, \frac{41}{8})$.

(1) 求 b, c 的值;

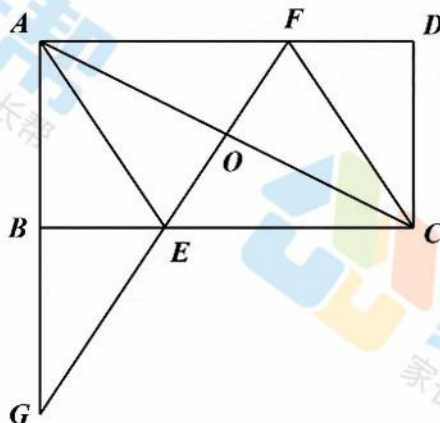
(2) 求钢缆最低点到桥面的距离以及两条钢缆最低点之间的距离是多少?



16. (本题满分 12 分)

如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 点 O 是 AC 中点, 延长 AB 到 G , 使 $BG=AB$, 连接 GO 并延长, 分别交 BC 于点 E , 交 AD 于点 F .

- (1) 求证: $AE=CF$;
- (2) 当矩形 $ABCD$ 的两边满足什么数量关系时, 四边形 $AECF$ 是菱形? 请说明理由.



17. (本题满分 16 分)

如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=12$, $BC=6$, CD 是 $\angle ACB$ 的平分线. 动点 P 从点 A 出发, 沿 AC 方向以每秒 1 个单位长度的速度向点 C 匀速运动 (P 与 A , C 不重合), 过点 P 作 $PE \parallel AB$, 分别交 CD , CB 于 F , E , 连接 PD . 设点 P 的运动时间为 t 秒, $\triangle PDF$ 的面积为 S .

- (1) 求当 t 为何值时, 四边形 $PDBE$ 是平行四边形;
- (2) 求 S 与 t 之间的函数关系式;
- (3) 当 t 为何值时, $\triangle PDF$ 与 $Rt\triangle ABC$ 的面积之比等于 $4:27$? 若存在, 求出 t 的值; 若不存在, 说明理由.
- (4) 是否存在某一时刻 t , 使得点 P 在线段 DF 的垂直平分线上? 若存在, 求出 t 的值; 若不存在, 说明理由.

