青岛五十八中2017年自主招生考试

数学笔试试卷

(考试时间：90分钟 满分：120分)

友情提示：

本卷分Ⅰ、Ⅱ两卷，Ⅰ卷为选择题，请将正确答案填涂到答题纸指定位置；Ⅱ卷为非选择题，请将正确答案填写到答题纸指定位置。

**Ⅰ卷**

**一、选择题（每小题只有一项正确，每小题5分，共40分）**

1．用表示不超过的最大整数（如，[1.1]=1,[-1.1]=-2），把称为的小数部分.已知，是的小数部分, 是的小数部分，则（ ）

A．-1 B．1 C．-2 D．2

2．某三棱锥的三视图如右图所示，其侧(左)视图为直角三角形，则该三棱锥最长的棱长等于（ ）

主视图

左视图

俯视图

A． B． C． D．

3．反比例函数*y*=的图象经过二次函数*y*=*ax*2+*bx*图象的顶点（，1），则下列结论错误的有（ ）

A．*a*+*b*=0 B．*a*=*b*﹣8 C．*a*=4 D．*b=*4

4．设一元二次方程（x﹣1）（x﹣2）-m =0（m<0）的两实根分别为α、β(α＜β)，则α、β满足（ ）

A．1＜α＜β＜2 B．1＜α＜2＜β C．α＜1＜β＜2 D．α＜1且β＞2

5．在0、1、2、3、4、5这六个数字中任意选取三个数，组成一个三位递减数（个位数小于十位数，十位数小于百位数），则这个三位数为偶数的概率为（ ）

A． B． C． D．

6．如图，下面是按照一定规律画出的“树形图”，经观察可以发现：图A2比图A1多出2个“树枝”，图A3比图A2多出4个“树枝”，图A4比图A3多出8个“树枝”，…，照此规律，图A7比图A3多出“树枝”的个数是（ ）

A．60 B．112 C．118 D． 120

7．请你估计一下,的值应该最接近于（ ）

A．1 B． C． D．

8．如图，在*Rt*△*ABC*中，∠*C*＝90°，边*AB* 经过圆心*O*且与⊙*O*的另一个交点为*E，*∠*BAC*的平分线*AD*交*BC*边于点*D*，点*D*在⊙*O*上，若*AC*＝3，∠*B*＝30°，则线段*BD*、*BE*与劣弧*DE*所围成的阴影部分的面积为（ ）

A． B． C． D．

**Ⅱ卷**

**二、填空题（每小题5分，共40分）**

9．不等式的解是\_\_\_\_\_\_\_\_.

10．若方程有两个不相等的正实数根，则实数m的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_.

11．若实数满足且，则的值为\_\_\_\_\_\_\_\_.

12．当时，函数的最大值是5，最小值是1，则\_\_\_\_\_\_\_\_.

*x*

*y*

*O*

*C*

*A*

*B*

13．如图，把Rt△ABC放在直角坐标系内，其中∠CAB=90°，BC=5，点A、B的坐标分别为（2，0）、（6，0）．将△ABC沿x轴向右平移，当点C落在直线y=2x﹣9上时，线段BC扫过的面积为\_\_\_\_\_\_\_\_.

14．三角形内角平分线定理：在中，如果AD为的角平分线，D为的角平分线与BC的交点，那么。已知在中，A（-2，0），B（2，0），C（2，3），则平分线的方程为\_\_\_\_\_\_\_\_.

15．.如图，菱形ABCD的边长为2，过点B作直线BE，使得∠ABE=∠BCA，分别交AC、AD于点*F、E*．若AB＝*CF*，则\_\_\_\_\_\_\_\_.

16．二次函数*y*=*ax*2+*bx*+*c*（*a*≠0）的图象如图，给出下列四个结论：

 ①3a+2b+c＜0；②3a+c＜b2-4ac；③方程2ax2+2bx+2c-4=0没有实数根；

 ④m（am+b）+b＜a（m≠﹣1），其中正确结论的个数是\_\_\_\_\_\_\_\_.

**三、解答题（共40分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）**

**17.**（本小题满分10分）

阅读下面材料：

如果函数满足：对于自变量的取值范围内的任意两个值*x*1,*x*2，

（1）若，都有，则称是增函数；

（2）若，都有，则称是减函数。

例题：证明当时，函数是减函数.

任取，，设，则

 ，，且，，即

，当时，函数是减函数.

**试根据上述材料解决下面问题：**

Ⅰ. 判断当时，函数是增函数，还是减函数？并说明理由.

**Ⅱ.** 证明：当时，函数是增函数。

**18．**（本小题满分14分）

·

*A*

*B*

*C*

*O*

①

③

·

·

*O2*

*O1*

②

*A*

*B*

*C*

*A*

*B*

*C*

·

*T1*

·

*Tn*

在△*ABC*中，已知∠*C*＝90°，*AC*＝6，*BC*＝8．

（1）如图①，⊙*O*与△*ABC*的三边都相切，求⊙*O*的半径；

（2）如图②，⊙*O*1与⊙*O*2是△*ABC*内互相外切的两个等圆，且分别与∠*A*，∠*B*的两边都相切，求这两个等圆的半径；

（3）如图③，若△*ABC*内有个依次外切且都与*AB*相切的等圆，⊙*T*1、⊙*Tn* 分别与*AC*，*BC*相切，求这些等圆的半径*rn*．

**19．**（本小题满分16分）如图，边长为8的正方形OABC的两边在坐标轴上，以点C为顶点的抛物线经过点A，点P是抛物线上点A，C间的一个动点（含端点），过点P作PF⊥BC于点F，点D、E的坐标分别为（0，6），（4，0），连接PD、PE、DE．

（1）求抛物线的解析式；

（2）小明探究点P的位置发现：当P与点A或点C重合时，PD与PF的差为定值，进而猜想：对于任意一点P，PD与PF的差为定值，请你判断该猜想是否正确，并说明理由；

（3）小明进一步探究得出结论：若将“使△PDE的面积为整数”的点P记作“好点”，则存在多个“好点”，且使△PDE的周长最小的点P也是一个“好点”．请直接写出所有“好点”的个数，并求出△PDE周长最小时“好点”的坐标．

*x*

*y*

*O*

*A*

*B*

*C*

*D*

*E*

*F*

*P*