

青岛二中 2017 年自主招生（数学）试题

初中学校_____ 姓名_____ 考号_____



科学里有许多绝妙而稀奇的思想，却总被关在狭小的盒子里，那不是太可惜了吗？今天，让我们把那盒子打开，让思想飘散……

1. 若某个函数的图象与函数 $y = x^2 - 2x - 3$ 的图象关于直线 $x = 2$ 对称，则该函数的表达式为_____。

2. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x + 18 \leq a \\ x + 9 \geq 2008 \end{cases}$ 有有限个整数解，则实数 a 的取值范围是_____。

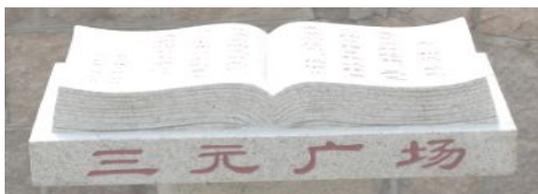
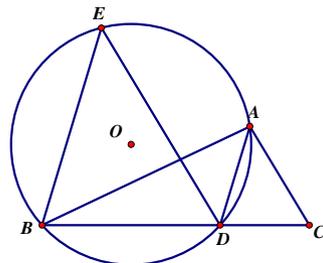
3. 若非负整数 a, b 满足方程 $|a - b| + ab = 1$ ，求 a, b 的值。

4. 如图，已知 AD 是 $\triangle ABC$ 内角 $\angle BAC$ 的平分线， $\odot O$ 经过 A, B, D 三点，过点 D 作 $DE \parallel AC$ ，交 $\odot O$ 于点 E ，连接 EB 。

(1) 求证： $EB \parallel AD$ ；

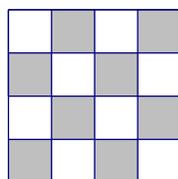
(2) 若 $BD = 2CD$ ，设 $\triangle EBD$ 面积为 S_1 ， $\triangle ADC$ 面积为 S_2 ，

且 $S_1^2 - 16S_2 + 4 = 0$ ，求 $\triangle ABC$ 面积。



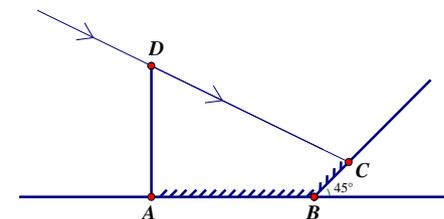
元，始也。
三元，意为多种起始。

5. 小明和小亮来到青岛二中参观，见三元广场上铺满了大小相同深浅两色正方形地砖（如图）。他俩设计了一个游戏：让小明随机向地砖上抛掷一颗小石子，连续抛掷四次，若小石子有三次落在颜色相同的地砖上，则小明赢得游戏，那么小明赢得游戏的概率为_____。



6. 若三元广场上的正方形地砖边长为 1m ，将一块地砖绕其对角线交点旋转 45° ，则旋转后地砖与旋转前地砖重叠部分的面积为_____ m^2 。

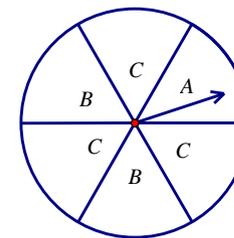
7. 若小亮需要测量三元广场旗杆 AD 高度，此时，旗杆的影子投射在平地 and 坡角为 45° 的坡面上（如图），已知 $AB = 10\text{m}$ ， $BC = \frac{25\sqrt{2}}{12}\text{m}$ 。若小亮身高 1.8m ，此时他的影子在平面上的长度为 3m 。求旗杆的高度。



宇宙之大，粒子之微，火箭之速，
化工之巧，地球之变，生物之谜，
日用之繁，数学无处不在……

8. 某商场搞促销活动，设置了两个抽奖游戏，顾客可从两个游戏中任选一个参与，一等奖返现 100 元，二等奖返现 80 元，三等奖返现 50 元。

游戏一：一个转盘被分割成面积相等的六个扇形，指针转到 A 区域获一等奖，转到 B 区域获二等奖，转到 C 区域获三等奖；



游戏二：一个盒子中装有两个红球、两个蓝球和一个白球，这些球除颜色外都相同，从中随机摸出两个球，两个球都为红色获一等奖，恰有一个白球获二等奖，其余情况获三等奖。

你认为选择哪一个游戏对顾客更有利？并说明你的理由。

9. (1) 某天，小明观察到父亲开动汽车时，踩下油门约 $\frac{1}{5}$ ，2 秒末汽车里程表显示前进了 3.2m ，速度表显示速度为 12km/h ；5 秒末，汽车前进了 20m ，速度为 30 km/h ；10 秒末，汽车前进了 80m ，速度为 60 km/h ；12 秒末，汽车前进了 115.2m ，速度为 72 km/h 。若汽车速度（单位： km/h ）与时间（单位：秒）满足一次函数关系，汽车前进距离（单位： m ）与时间（单位：秒）满足二次函数关系，请求出这两个函数表达式；

(2) 汽车正以 48 km/h 的速度行驶在笔直公路上(限速 120 km/h), 在超越前面一辆货车时, 小明父亲均匀加大油门, 此时小明测得, 1 秒末汽车速度为 50 km/h, 2 秒末汽车速度为 56 km/h, 3 秒末汽车速度为 66 km/h, 4 秒末汽车速度为 80 km/h, 请运用生活常识及初中所学函数知识预测小明父亲几秒后会超速? 若超速 10% 及以上, 驾驶员会被拍照处罚, 则几秒后小明父亲会被拍照处罚(结果可保留根式形式)?

10. 阅读预备知识, 完成题目

预备知识:

知识 1: 当 $a > 0, b > 0$ 时, 不等式 $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ 成立, 当且仅当 $a = b$ 时等号成立. 由此不等式可以看出, 当两正数 a, b 的乘积为定值 s 时, 两数之和有最小值 $2\sqrt{s}$, 即 $a + b \geq 2\sqrt{ab} = 2\sqrt{s}$;

知识 2: 一次函数的图象是一条直线, 现将函数 $y = 3x + 2$ 变形为 $3x - y + 2 = 0$, 利用点到直

线距离公式(注: 平面内点 $P(m, n)$ 到直线 $Ax + By + C = 0$ 的距离为 $d = \frac{|Am + Bn + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$)

可得到 $A(1, 2)$ 到此直线的距离为 $d = \frac{|3 \times 1 - 1 \times 2 + 2|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$.

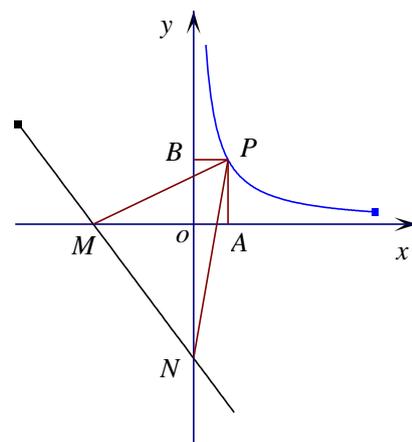
如图, 已知点 P 是反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 在第一象限图象上的一点, 过点 P 分别向 x, y 轴作垂线, 垂足为 A, B .

(1) 求矩形 $OAPB$ 的面积(结果用含 k 的表达式表示);

(2) 若矩形 $OAPB$ 周长的最小值为 $4\sqrt{2}$, 求 k 的值;

(3) 当 $k = 1$ 时, 若一次函数 $y = -\frac{4}{3}x - 4$ 的图象与 $x,$

y 轴分别交于 M, N 两点, 求 $\triangle PMN$ 的面积 $S_{\triangle PMN}$ 的最小值.



11. 若二次函数 $y = ax^2 + bx - 2$ 的图象与 x 轴交于两个不同的点 $A(-1, 0), B(m, 0)$, 与 y 轴交于点 C , 且以 AB 为直径的圆过点 C .

(1) 求 m 的值和二次函数的表达式;

(2) 已知点 $D(1, n)$ 在二次函数图象上, 一次函数 $y = x + 1$ 的图象过点 A 且与二次函数的图象交于另一点 E . 若点 P 在 x 轴上, 以点 P, B, D 为顶点的三角形与 $\triangle AEB$ 相似, 求点 P 的坐标.

